

# DAROVITI UČENICI KAO KONSTRUKTORI MATEMATIČKIH ZNANJA

Jasmina Micić

Prva kragujevačka gimnazija, Kragujevac, Srbija

U ovom radu je dat prikaz konkretnih nastavnih metoda, primenjenih u radu Odeljenja učenika sa posebnim sposobnostima za matematiku u Prvoj kragujevačkoj gimnaziji, kao i u radu sa polaznicima Centra za talente, Centra za obrazovanje Kragujevac. Radi se o učenju za XXI vek, koje pored konstrukcije znanja u nastavnom predmetu kao što je matematika, uključuje i saradnju, rešavanje realnih problema, komunikaciju i samoregulaciju kao i primenu IKT-a u učenju. U prikazu radova učenika primenjena je metoda ilustracije i demonstracije, kao sredstvo za bolje usvajanje veština, nakon prethodno usvojenog koncepta. Uspešnost timova je konkretno praćena poligonalnim linijama na uzastopnim časovima utvrđivanja i vežbanja. Metodom pisanih radova prikazani su rezultati saradnje na Wakelet dokumentu. Primenom metode korak po korak, predložena je modifikovana verzija Kahoot kviza bez primene mobilnih telefona, kako bi učenici mogu da napreduju svojim tempom. Ovde je isto tako prikaz primene metode pisanih radova u rešavanju pet Lavirint zadataka po stanicama. Projektna metoda je prisutna u radovima učenika na eTwinning projektu „Gama za sve – učenje matematike podržano igrama“, kroz primere igara u vizuelnom programskom jeziku Skreč, kreiranjem Escape Room-a u Genially alatu, ili primenom Power Point prezentacije. Tu je i primena metode usmenog izlaganja na času sistematizacije, kojom su učenici svojom kolekcijom Quizalize kviz pitanja maštovito i kreativno povezali više nastavnih jedinica teme Kvadratna jednačina i kvadratna funkcija i na originalan način približili nastavne sadržaje svojim vršnjacima. U okviru pet naučno-istraživačkih radova učenika, polaznika Centra za talente, CSU Kragujevac, nagrađenih na Državnom takmičenju talentovanih učenika za naučnu disciplinu matematika, predstavljena je originalnost i maštovitost učenika. Primenom navedenih nastavnih metoda, talentovani učenici postaju kreatori svog znanja. Primenom novih alata razvijaju digitalne veštine, razvijaju svoja umeća i navike, jačaju saznanje i stvaralačke sposobnosti i samostalno rešavaju probleme. Izveštaji o ovim aktivnostima su dostupni na stranicama bloga Matema momenti.

***Ključne reči:*** NASTAVNE METODE /ISTRAŽIVAČKI RAD /KREATIVNOST/MATEMATIKA/

## **Uvod**

Nastavu matematike, eksplicitno ili implicitno, nastavnik osmišljava je tako da obezbedi novi koncentrični krug u odnosu na prethodno stečena matematička znanja učenika. Tek tada, sa nedvosmisleno usvojenim osnovnim matematičkim istinama, kroz igru, dolaze kreativna povezivanja i njene primene u ostalim nastavnim predmetima. Izbor nastavne metode, u radu sa talentovanim učenicima, često je rezultat uzajamnog osluškivanja u didaktičkom četvorouglu, koga određuju (Petrović, 2016: 23) nastavnici, učenici, nastavni sadržaji i obrazovna tehnologija. Cilj ovog rada je prikaz primene konkretnih nastavnih metoda na neposrednim časovima analize sa algebrom i na časovima matematike u Centru za talente, CSU Kragujevac, u Prvoj kragujevačkoj gimnaziji. Ovo je prikaz primene tehnologija u kontekstu učenja, konstruktivnog vršnjačkog učenja i promocije matematike na manifestacijama „XI Фестивал науке” у Првој крагујевачкој гимназији, а povodom jubileja, 190 godina osnivanja Prve kragujevačke gimnazije, nedavni prikaz vannastavnih aktivnosti članova eTwinning sekcije u galeriji kuće Đure Jakšića u Kragujevcu.

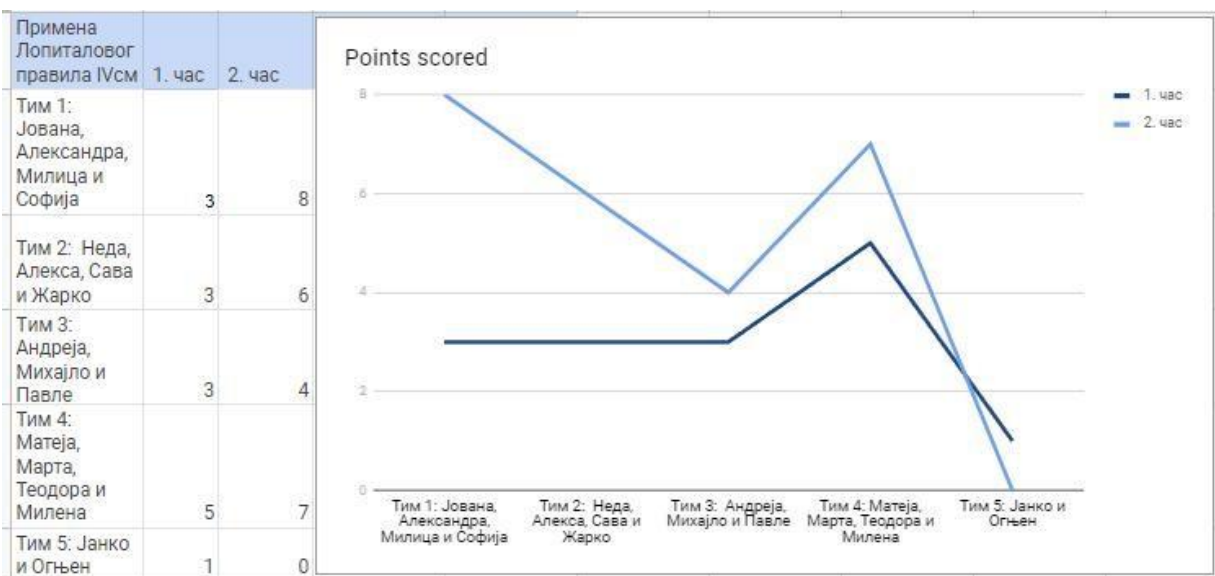
## **Metod**

U radu sa odeljenjima učenika sa posebnim sposobnostima za matematiku se mogu primeniti brojne metode: metoda ilustracije i demonstracije, pisanih radova učenika, metoda korak po korak, metoda pisanih radova na digitalnim stanicama, projektna metoda i metoda usmenog izlaganja. Sve one u sebi objedinjuju tradicionalni koncept razredne nastave sa danima i nedeljama izdvojenim na časove, još od XVII veka i pojave „Velike didaktike“ J.A. Komenskog, sa konceptom savremene škole, koja podrazumeva digitalne veštine učenika i nastavnika i primenu tehnologija. Povezuje ih neprekidna težnja da se sopstvena postignuća učenika i nastavnika unaprede i u školi prvenstveno razvije plemenitost duha.

## Rezultati

1. Primer primene samoregulisanog učenja metodom ilustracije i demonstracije na uzastopnim časovima utvrđivanja i vežbanja primene Lopitalovog pravila u izračunavanju graničnih vrednosti funkcija

Za oba časa je pripremljeno po 8 zadataka i obezbeđena rešenja tako da svi članovi timova, na završetku časa mogu da provere tačnost svog rada. Rezultati su evidentirani i ilustrovani poligonalnom linijom, prikazanom na elektronskoj tabli. Za naredni čas je planiran rad u istom sastavu timova, na novih 8 zadataka, sa evidencijom odličnog uspeha za tim koji ostvari najveći priraštaj broja rešenih zadataka. Za sve ostale timove, koji su napredovali u veštini primene izvoda funkcije, evidentirana je pozitivna formativna procena u esDnevniku.

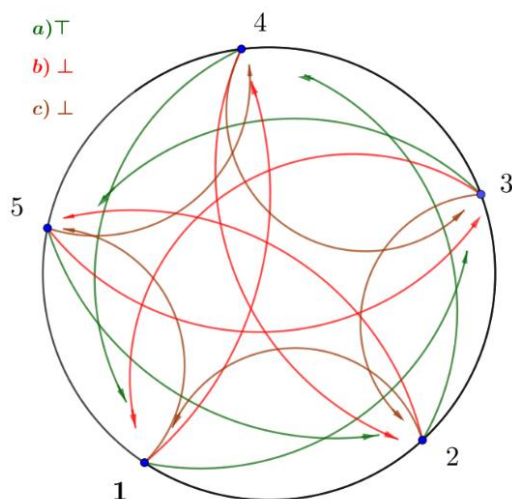


Slika 1. Poligonalne linije uspeha pet timova

2. a) Primer primene metode pisanih radova u rešavanju pet Lavirint zadataka na elektronskim „stanicama“

Za 15-minutnu igru Lavirint, učenicima su dodeljeni startni brojevi prvog zadatka koji rešavaju, a na karticama sa zadatkom je naglašen prelaz na naredni korak. Npr. tačan odgovor bi vodio na karticu sa rednim brojem uvećanim za npr. 2, a svi ostali odgovori bi dali delimično dobar

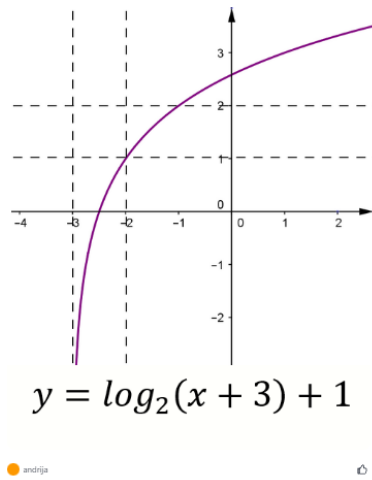
niz rednih brojeva zadataka, ili niz koji ne odgovara unapred osmišljenom cikličnom kodu. Na završetku časa učenik evidentira svoj plan kretanja između stanica sa zadatkom, otvorenih u elektronskoj učionici. Npr. 13524, 24135, 35241, 41352 и 52413 bi bile korektne stanice prolaza kroz „lavirint“.



Slika 2. Učenik beleži stanice prolaza kroz „lavirint“ i tako dobija izlaznu šifru ka predloženoj oceni za svoju aktivnost na času, prema dužini niza cifara koji odgovara tačnom cikličnom rasporedu.

## 2.b) Primer primene metode pisanih radova, saradnjom na Wakelet dokumentu

Učenicima je na odabranom sistemu za podršku učenju, npr. u Teams učionici, otvoren Wakelet dokument, sa prikazanim graficima logaritamskih funkcija sa zadatkom da udruženo otkriju eksplicitne izraze funkcija i navedu sve njihove osobine.



Slika 3. Jedan od odgovora u odeljenjskom Wakelet dokumentu.

3. Primena modifikovane verzije Kahoot kviza, bez primene mobilnih telefona, za čas utvrđivanja

Učenici pojedinačno dobijaju listove sa 4 Kahoot polja, od kojih, prema svom odgovoru istovremeno prikazuju kvadrat jedne od 4 boje.

**Kahoot, bez mobilnih telefona**

- Zadati racionalni algebarski izraz postupno sredi u svojoj svesci!**
- Prikaži karticu odgovarajuće boje, prema svom rešenju!**
- Za domaći, svoj rad, korak po korak, prikaži u elektronskoj učionici!**

Slika 4. Najava Kahoot kviza bez smart uređaja.

4. Primena problemske nastave

Učenici sarađuju međusobno na Twinspace-y eTwinning platforme, sa srednjoškolcima evropskih škola u okviru eTwinning projekata: „GAMMA for all - game based learning“ i “ForMat-formativno vrednovanje u poučavanju matematike” na eTwinning portalu evropske platforme za školsko obrazovanje (ESEP). Svoje zamisli o kreiranju matematičkih igara, na video sastancima predstavljaju svojim vršnjacima. Koriste IKT i stiču nove digitalne veštine.

5.a) Primena metode usmenog izlaganja na času sistematizacije nastavne teme Kvadratna jednačina i kvadratna funkcija

Ovo je primer jedinstvenih učeničkih traganja za uspostavljanjem veza naizgled nezavisnih usvojenih nastavnih jedinica. Kombinovana je sa metodom razgovora, ilustracije i demonstracije. Pored samostalnih izbora zadataka, učenici su u parovima, kreirali kvizove za interaktivnu diskusiju u odeljenju.

5.b) Metoda usmenog izlaganja na Državnom takmičenju talentovanih učenika za naučnu oblast matematika

Na ovogodišnjem Državnom takmičenju talentovanih učenika srednjih škola po naučnim disciplinama, uz podršku Centra za talente, Centra za stručno usavršavanje Kragujevac, četvero učenika kragujevačkih srednjih škola i dvoje učenika osnovnih škola, nagrađeno je jednom od prve tri nagrade. Oni su se pripremali za matematički test i odbranu svog naučno-istraživačkog rada. Teme nagrađenih radova: „Primena zlatnog preseka u dizajniranju i izradi nameštaja“, „Prekrivanje ravni podudarnim pravilnim mnogouglovima“, „O kvadratnim kongruencijama i značaju vizuelizacije“, „Matematičke igre“, „Benfordov zakon i njegove primene“. Učenici su tokom školske godine imali obezbeđenu mentorsku podršku.

### **Diskusija**

U nastavi matematike je najprisutnija verbalna, monološka metoda rada: predavanje, obrazlaganje i objašnjavanje, kao i dijaloška: diskusija, debata, najčešće heuristička, kojom se učenik vodi do saznavanja i razumevanja. Veoma su česti pisani i grafički radovi uz korišćenje udžbenika i šire literature, pismeni zadaci i testovi. Česta je primena zadataka otvorenog tipa, logičkih igara i rešavanje problema. Sve su ovo provereno dobre nastavne metode, ali uvek ima prostora da se oplemene istraživačkim radovima učenika. Interakcija između učenika i nastavnog sadržaja se produbljuje izborom odgovarajućih metoda rada, a time uspostavlja čvršća saradnju učenika i nastavnika i učenika međusobno, a na svakodnevnim časovima utvrđivanja i vežbanja postiže se bolje angažovanje učenika.

Pitanje: „Možete li da zamislite cilj ovoga časa?“, upravo je poziv na učešće u kreiranju časa. Učenik odeljenja talenata će odgovoriti: „Biće to nova zanimljiva tema, koju ćemo na završetku časa da primenimo u kvizu.“ Aktivno učešće učenika se može ostvariti u mnogim segmentima

nastavnog procesa, ne samo u otkrivanju veza među već usvojenim pojmovima, već i u primeni rubrika na osnovu kojih učenici mogu vrednovati svoje angažovanje.

### Zaključak

Ima mnogo načina da se nastava svih predmeta, uključujući i matematiku, učini zanimljivijom. Učenik se u toku nastavnog procesa, uporedo sa sticanjem novih znanja, uči i metodama saznavanja, otkrivanju gde se to kriju elementi igre i kako poneti radost u svaki novi proces učenja. Nastavnik ima istančani zadatak, da neguje radoznalost učenika, unutrašnju motivaciju, i učini da učenje korelira sa interesovanjima učenika. Ovo se sa lakoćom postiže sa učenicima koji su svesni uloge saradnika i konstruktora svog znanja.

Prikazi saradničkih dokumenata (veze ka ovim dokumentima biće dostupne i na blogu Matemamomenti):

1. Uspeh pet timova:

[https://docs.google.com/spreadsheets/d/1GaaIMIV\\_BPYwZS\\_QTMV6k4R1wJN07S1eA0hfhL32aIc/edit?usp=sharing](https://docs.google.com/spreadsheets/d/1GaaIMIV_BPYwZS_QTMV6k4R1wJN07S1eA0hfhL32aIc/edit?usp=sharing)

2.a) Kolekcija Lavirint kvizova: [Lavirint vežbe](#)

2.b) Grafik logaritamske funkcije: <https://wakelet.com/i/invite?code=4cve10ax>

3.a) Primer modifikovane verzije Kahoot kviza:

<https://sway.office.com/z2VNDuQjxJPsvXt2?ref=Link>

[Racionalni algebarski izrazi-Kahoot bez mobilnih telefona.pptx](#)

3.b) Korak po korak do rešenja stereometrijskog zadatka:

[https://www.bookwidgets.com/play/5iYbCXuZ-iQAEpouUygAAA/9EL8Y99/prizma-zadata?teacher\\_id=5852943715139584](https://www.bookwidgets.com/play/5iYbCXuZ-iQAEpouUygAAA/9EL8Y99/prizma-zadata?teacher_id=5852943715139584)

4) Produkti projektne metode, edukativne matematičke igre učenika; vannastavne aktivnosti eTwinning sekcije u školskoj 2022/23. godini:

<https://matemamomenti.com/2023/06/25/%d0%b0%d0%ba%d1%82%d0%b8%d0%b2%d0%b>

[d% d0% be% d1% 81% d1% 82% d0% b8-](#)

[% d0% b5% d1% 82% d0% b2% d0% b8% d0% bd% d0% b8% d0% bd% d0% b3-](#)

[% d1% 81% d0% b5% d0% ba% d1% 86% d0% b8% d1% 98% d0% b5-](#)

[% d0% bf% d1% 80% d0% b2% d0% b5- % d0% ba% d1% 80% d0% b0/](#)

5.a) Tema Kvadratna jednačina i kvadratna funkcija i kolekcija Quizalize&Zzish učenika II razreda Odeljenja sa posebnim sposobnostima za matematiku: [Radovi učenika za čas sistematizacije](#)

[Tabele samoregulisanog učenja po temama](#)

5.b) Matematički naučno-istraživački radovi polaznika Centra za talente, Centra za stručno usavršavanje Kragujevac: [Nagrađeni radovi na Državnom takmičenju talentovanih učenika](#)

### Literatura

Petrović, M. (2016). *Model e-učenja za podršku razvoju informatičkih kompetencija zaposlenih u obrazovanju*. Doktorski rad. Novi Sad: Prirodno-matematički fakultet. <https://www.proquest.com/openview/9c4e9d2211a719cc2902a29e1aeb433/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750&diss=y>

## GIFTED STUDENTS KNOWLEDGE CONSTRUCTION AND MATHS AS A SCHOOL SUBJECT INVOLVED IN IT

Jasmina Micić<sup>1</sup>

The First Grammar School of Kragujevac, Kragujevac, Serbia

This paper presents concrete teaching methods, applied in gifted students classes from The First Grammar School of Kragujevac, Serbia and with participants of the Center for Talents, Center for Education, Kragujevac.



It is about learning for the XXI century which, in addition to the construction of knowledge in the subject such as mathematics, also includes cooperation, real problems solving, communication and self-regulation, as well as application of ICT in learning. The method of illustration and demonstration was applied in the display of students work, as a tool for better skill acquisition, after the previously adopted knowledge concept. The success of the teams was specifically tracked during two successive lessons. The results of the collaboration on the Wakelet document was presented using method of written works. Applying the step-by-step method, a modified version of the Kahoot quiz without the use of mobile phones is proposed so that student have made progress on their own pace. Here is also a presentation of application of the written works method of solving five Labyrinth tasks by stations. The project method is presented in students works in eTwinning project „Gamma for all – learning mathematics supported by games“ through the examples of games in the visual programming language Scratch, or by creating an Escape room in Genially tool, or using the Power Point presentation. There is also the application of the conversation method in systematiation lesson, working in pairs, used Quizalize series of self made quizzes imaginatively and creatively connected several teaching units of the topic Quadratic equation and quadratic function, and in an original way brought the teaching content closer to their peers. The originality and imagination of the students work were presented in the five scientific-research works, by the Center for talents students, CSU Kragujevac, awarded at the National Competition of Talented Students for the scientific discipline of mathematics. By applying the mentioned teaching methods, talented students have become creators of their knowledge. Using new tools, they have developed digital skills, their skills and habits, they have strengthened their cognitive and creative abilities and have solved problems independently.

These activities are available on the teaching blog [matemamomenti.com](http://matemamomenti.com).

*Keywords: TEACHING METHODS /RESEARCH/CREATIVITY/MATHEMATICS/*